**武汉大学计算机学院2015-2016学年第一学期**

**2014级《离散数学》考试试题（A卷）**

学号： 姓名： 成绩：

注意：所有答案请一律写在试卷纸上并请注明题目序号！计算题要求有计算过程！

一．求下列命题公式的主析取范式和主合取范式：¬*P*∧*Q*→*R* （10分）

二．将下列语句用谓词公式进行符号化，并构造下面推理的形式证明（写出证明序列，论域为实数集）： （12分）

“如果存在偶数，则所有的有理数都可以表示为分数。如果存在素数，则存在有理数。因此，如果存在偶素数，则存在分数。”

『**提示**：使用如下的谓词符号：

*E*(*x*)：*x*为偶数； *Q*(*x*)：*x*为有理数；

*D*(*x*)：*x*（可表示）为分数； *P*(*x*)：*x*为素数 』

三．设*A*为非空集合，集合*AA*={ *f* | *f* : *A*→*A* }为*A*上的函数的集合，完成下列各题： （3+3+6+4=16分）

（1）设*A* = { 1, 2, 3, 4 }，构造函数*g*∈*AA*，满足*g*≠*I*A，且*g*∘*g* = *I*A（*I*A为*A*上的恒等函数）；

（2）若*A*为有限集，|*A*|= *n* (*n* ∈ ℕ+)，分别求*AA*中的单射、满射、双射的个数；

（3）若*A*为有限集，*f*: *A*→*A*，证明：*f*为单射，当且仅当*f*为满射；

（4）证明：若对任何*f*: *A*→*A*，均存在*B*，∅≠*B*⊂*A*，使得*f*(*B*)⊆*B*，则*A*是无限集。

四．设群< *H*, ∗ >是群< *G*, ∗ >的子群，二元关系*R* ⊆ *G*×*G*定义为：

∀*a*, *b* ∈ *G*, *a R b*，当且仅当 ∃*h*∈*H*, 使得*a* = *b*∗*h*，

证明：*R*为等价关系。 （15分）

五．设代数系统< *A*，\* >，其中集合*A* = { *a, b, c, d* }，二元运算 \* 的运算表如下，完成下列各题： （4+4+4+4=16分）

|  |  |
| --- | --- |
| \* | *a b c d* |
| *a*  *b*  *c*  *d* | *b a c d*  *a b c d*  *c c c c*  *d d c d* |

（1）判断运算 ∗ 是否为可结合的、可交换的？

（2）指出关于运算 ∗ 的幺元、零元、幂等元；

（3）哪些元素有逆元？并求出其逆元；

（4）代数系统< *A*，∗ >是否是半群？是否是群？并说明原因。

六．设*h*是群<*G*1*,* ∗>到群<*G*2*,* ∘>的同态，完成下列各题： （6+6=12分）

（1） 设*H*是*G*1的子群*H* ≤ *G*1, 证明：*h* (*H*) ≤ *G*2

（2） 设*H* ≤ *G*1, *K* ≤ *G*1，证明：*h* (*H∩K*)≤ *G*2

七．设集合*A* = { *a*1, *a*2, …, *a*n } (*n*≥2)，*R*是*A*上的拟序关系，图*G*为关系*R*的关系图，证明：图*G*中**不存在**回路。 （10分）

八．设*G*是连通的简单无向赋权图，*T*是*G*的最小生成树，*C*是图*G*中的任意一条基本回路，证明：*C*中权值最大的边*e*一定**不**在*T*中。 （9分）